**СОДЕРЖАНИЕ**

ВВЕДЕНИЕ 2

1 Постановка задачи 4

**1.1 Модель гонки вооружений 4**

**1.2 Описание задачи 5**

**1.3 Алгоритмическое построение, описание математической модели 5**

2 Построение дискретной модели и алгоритма 8

**2.1 Аналитическое исследование математической модели. 8**

**2.2 Построение разностной схемы и алгоритма вычислений. 8**

**2.3 Определение допустимого шага по времени. 9**

# **ВВЕДЕНИЕ**

На данный момент существует множество методов предсказания возникновения вооружённых конфликтов. Наличие большого количества их объясняется тем, что войнам в современном мире может предшествовать столь разное стечение обстоятельств, что трудно охватить их какой-либо одной моделью.

Математическая модель — это упрощённый вариант действительности, состоящий из математических выражений и используемый для проведения с действительностью экспериментов. Математические модели помогают с большей лёгкостью изучать особенности политических процессов, потому что с моделью можно экспериментировать, а с реальными процессами по причинам нравственного характера это делать нельзя. Процесс же создания математической модели реальной системы и имитации на ней реальных процессов называется математическим моделированием.

Преимущества математического моделирования:

1. Модель помогает формализовать события, происходящие в обществе.
2. Модель позволяет эксплицитно описать факторы и механизмы, объясняющие наши неформальные прогнозы.
3. Модели позволяют оперировать с сущностями более высокого уровня сложности, чем порождаемыми нашей интуицией или словесными описаниями. Математика вообще полезна в качестве средства логического вывода и систематического оперирования понятиями.
4. Математическое моделирование позволяет различным научным дисциплинам обмениваться исследовательскими средствами и приемами.

Первой попыткой предсказания войн стало создание Льюисом Ричардсоном, математической модели, которая могла успешно выполнять свою предсказательную функцию, если между какими-то враждующими странами возникала или существовала гонка вооружений.

В 1918 году Льюисом Ричардсоном была разработана динамическая модель гонки вооружения, основу которой составили дифференциальные уравнения. Параметрами этой системы выступили следующие факторы:

1) военная угроза;

2) финансовая стабильность;

3) геополитические взаимоотношения.

К 1970-м гг. модель Ричардсона была признана фундаментальной и легла в основу теории международных отношений.

# **Постановка задачи**

## **Модель гонки вооружений**

Сегодня существует множество методов предсказания возникновения вооружённых конфликтов. Наличие большого количества их объясняется тем, что войнам в современном мире может предшествовать столь разное стечение обстоятельств, что трудно охватить их какой-либо одной моделью.

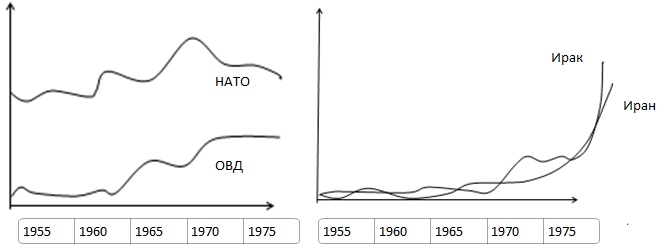
Ричардсон надеялся, что если политики смогут предсказывать приближение войны, то они смогут научиться и предотвращать её. Работа Ричардсона пребывала в безвестности в течение ряда десятилетий. Её второе рождение наступило после того, как в конце 50-х годов её обнаружила и стала рекламировать группа американских социологов. К началу 70-х годов модель была испробована уже сотни раз на самых разных вариантах гонки вооружений. И модель работала, хотя, конечно, не идеально, так как не в состоянии была охватить весь сложный комплекс причин гонки вооружений.

Однако, в случаях краткосрочных прогнозов модель Ричардсона в целом эффективна, и - что существенно - лучше неё не работает никакая другая модель. Хорошо выявляя будущий уровень вооружений противоборствующих сторон и, следовательно, - характер этой гонки вооружений (то есть является она стабильной или нестабильной), эта модель может хорошо предсказывать войну, поскольку почти всем современным войнам предшествует нестабильная гонка вооружений.

В случае нестабильной гонки вооружений, если уровни вооружений начинают расти, то они могут расти беспредельно. На практике такая гонка вооружений кончается войной, о чём свидетельствует история. В конце 70-ых годов М. Уоллес обнаружил, что из 28 серьёзных международных конфликтов, сопровождавшихся нестабильной гонкой вооружений в период с 1816 по 1965 год, 23 конфликта (то есть 82%) завершились войной. А из 71 конфликта, не вовлекавшего нестабильной гонки вооружений, то есть, надо полагать, сопровождавшегося стабильной гонкой, только 3 перешли в войну (4%). В 1976г. опираясь на модель Ричардсона и данные Международного Института Мирных Исследований в Стокгольме (SIPRI) о военных расходах, рассмотрело четыре случая гонки вооружений. Это гонки между СССР и США, между Индией и Пакистаном, между Ираном и Ираком и между Израилем и Египтом в период с 1948 по 1973г. Из четырёх случаев стабильной была только гонка СССР - США, которая, не перешла в войну, как и предсказывала модель. Гонки Индия - Пакистан и Израиль - Египет, будучи нестабильными, закончились войной, как и предсказывала модель; а вот между Ираном и Ираком велась нестабильная гонка вооружений, но войны не было. Эта неувязка разрешилась в 1980 г, когда затянувшийся конфликт между Ираном и Ираком перешёл в войну.

В 1970-х годах представленная модель использовалась десятки раз и давала приемлемые прогнозы для самых разных противоборствующих сторон. Ниже приведены графики гонки вооружений между НАТО и ОВД (рис. 1) и Ираном и Ираком (рис. 2).

На рисунке 1 гонка вооружений носит стабильный характер (k, m ~ = 1,15 1,20); на рисунке 2 представлена нестабильная гонка вооружений, где (k, m) возрастающая функция времени. На основе этой простой модели было проанализировано около ста международных конфликтов в XIX–XX веках и с большой точностью предсказаны войны в случае нестабильной гонки вооружений.

  
Рисунок - 1 Стабильная гонка вооружений Рисунок - 2 Нестабильная гонка вооружений

## **Описание задачи**

В данной работе необходимо разработать математическую модель гонки вооружений двух государств. Гонка вооружений между двумя государствами происходит, потому что, государства бояться вооружений, имеющихся у их потенциальных противников. В ходе такого противостояния каждая из сторон производит огромные запасы оружия, пытаясь установить [паритет](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%B0%D1%80%D0%B8%D1%82%D0%B5%D1%82) с противником или обогнать его.

Необходимо построить и исследовать математическую модель гонки вооружений между двумя враждующими государствами.

## **Алгоритмическое построение, описание математической модели**

Рассмотрим следующую ситуацию, в которой могут оказаться две враждующие страны. Первая страна "Государство1" вооружается, опасаясь потенциальной угрозы войны с соседней враждебной страной "Государство2". В свою очередь "Государство2", зная о росте затрат на вооружение у "Государство1", также увеличивают расходы на вооружение.

Предположим, что каждая страна изменяет скорость роста (сокращения) вооружений пропорционально уровню затрат другой. Математически эта ситуация может быть смоделирована следующим образом. Пусть x(t) - расходы на вооружение "Государства1" к моменту t ≥ 0, y(t) - то же, но "Государства2". Тогда простейшая модель гонки вооружений может быть сформулирована в виде системы двух линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами, где и положительные константы, коэффициенты затрат на оборону:

|  |  |
| --- | --- |
| { | dx / dt = y, |
| dy / dt = x, |
|  | Модель (1) |

Модель (1) имеет очевидный недостаток: рост затрат на вооружение ничем не лимитируется. Естественно предположить, что чем больше текущий уровень затрат на оборону, тем меньше скорость его роста ( и – коэффициенты усталости населения). Получаем следующую систему уравнений:

|  |  |
| --- | --- |
| { | dx / dt = y – x, |
| dy / dt = x – у, |

Модель (2)

Для работы недостаточно второй модели поэтому рассмотрим третью модель. Третий постулат, включенный Л. Ричардсоном в модель: государство наращивает вооружение, руководствуясь своими державными притязаниями и враждебностью к другим государствам, даже если другие страны не угрожают существованию данного государства. Обозначим соответствующие коэффициенты претензии через и (> 0 и > 0). Если <0 и <0, то их можно назвать коэффициентами доброй воли. Получаем следующую систему уравнений:

|  |  |
| --- | --- |
| { | dx / dt = y – x + , |
| dy / dt = x – у + |

Модель (3)

Таким образом, наличие у одного или обоих государств "доброй воли" (, <0) не гарантирует удовлетворительного исхода гонки вооружений. Все зависит от начального состояния системы.

# **Построение дискретной модели и алгоритма**

## **2.1 Аналитическое исследование математической модели.**

Установим условия, при которых решение является не зависит от времени. Для этого приравняем правые части уравнений к 0. Получим систему (7-8):

Очевидно, что поведение модели Ричардсона зависит от соотношения коэффициентов, а, b и r. Имеют место четыре возможных случая:

1. Если > 0, > 0, > 0, то существует точка равновесия.
2. Если < 0, > 0, > 0, то логика модели ведет к неограниченной эскалации гонки вооружений.
3. Если > 0, < 0, < 0, то гарантируется полное взаимное разоружение.
4. Если < 0, < 0, < 0, то пессимистичность или оптимистичность прогноза существенно зависит от начального состояния.

## **Построение разностной схемы и алгоритма вычислений.**

Для данной модели построим ее дискретный аналог - явную разностную схему, имеющую первый порядок точности, относительно шага временной сетки.

В начале решения поставленной задачи необходимо построить временную сетку:

τ

t0 t

0 t1 t2 … tn tn+1 … T

, где:

τ(тау) - шаг;

T - Максимальное значение времени;

- начало отсчета (начальный момент времени);

- узлы сетки.

Явная схема Эйлера для поставленной задачи имеет вид:

Для уравнения (1):

Для уравнения (2):

Выразим:



*;*

2.

Получены расчетные формулы для каждого из уравнений:

*;* (9)

*;* (10)

## **Определение допустимого шага по времени.**

Определим ограничения на шаг по времени, обеспечивающие устойчивость построенной разностной схемы:

Вычислим τ:

;

C учетом новой переменной система примет вид:

;  
 (11)

;

.

Данный вариант еще возможно развивать с помощью добавления подсистем.