**СОДЕРЖАНИЕ**

ВВЕДЕНИЕ 5

1 Постановка задачи 6

1.1 Словесное описание задачи 6

1.2 Алгоритмическое построение, описание математической модели 6

2 Построение дискретной модели и алгоритма 8

2.1 Аналитическое исследование математической модели. 8

2.2 Построение разностной схемы и алгоритма вычислений. 8

2.3 Определение допустимого шага по времени. 9

# **ВВЕДЕНИЕ**

На данный момент существует множество методов предсказания возникновения вооружённых конфликтов. Наличие большого количества их объясняется тем, что войнам в современном мире может предшествовать столь разное стечение обстоятельств, что трудно охватить их какой-либо одной моделью.

Математическая модель — это упрощённый вариант действительности, состоящий из математических выражений и используемый для проведения с действительностью экспериментов. Математические модели помогают с большей лёгкостью изучать особенности политических процессов, потому что с моделью можно экспериментировать, а с реальными процессами по причинам нравственного характера это делать нельзя. Процесс же создания математической модели реальной системы и имитации на ней реальных процессов называется математическим моделированием.

Первой попыткой предсказания войн стало создание Льюисом Ричардсоном, математической модели, которая могла успешно выполнять свою предсказательную функцию, если между какими-то враждующими странами возникала или существовала гонка вооружений.

В 1918 году Льюисом Ричардсоном была разработана динамическая модель гонки вооружения, основу которой составили дифференциальные уравнения. Параметрами этой системы выступили следующие факторы:

1) военная угроза;

2) финансовая стабильность;

3) геополитические взаимоотношения.

К 1970-м гг. модель Ричардсона была признана фундаментальной и легла в основу теории международных отношений.

# **Постановка задачи**

## **1.1 Словесное описание задачи**

В данной работе необходимо разработать математическую модель гонки вооружений двух государств. Гонка вооружений между двумя государствами происходит, потому что, государства бояться вооружений, имеющихся у их потенциальных противников. В ходе такого противостояния каждая из сторон производит огромные запасы оружия, пытаясь установить [паритет](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%B0%D1%80%D0%B8%D1%82%D0%B5%D1%82) с противником или обогнать его.

Необходимо построить и исследовать математическую модель гонки вооружений между двумя враждующими государствами.

## **Алгоритмическое построение, описание математической модели**

Рассмотрим следующую ситуацию, в которой могут оказаться две враждующие страны. Первая страна "Государство1" вооружается, опасаясь потенциальной угрозы войны с соседней враждебной страной "Государство2". В свою очередь "Государство2", зная о росте затрат на вооружение у "Государство1", также увеличивают расходы на вооружение.

Предположим, что каждая страна изменяет скорость роста (сокращения) вооружений пропорционально уровню затрат другой. Математически эта ситуация может быть смоделирована следующим образом. Пусть x(t) - расходы на вооружение "Государства1" к моменту t ≥ 0, y(t) - то же, но "Государства2". Тогда простейшая модель гонки вооружений может быть сформулирована в виде системы двух линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами, где и положительные константы, коэффициенты затрат на оборону:

|  |  |
| --- | --- |
| { | dx / dt = y, |
| dy / dt = x, |
|  | Модель (1) |

Модель (1) имеет очевидный недостаток: рост затрат на вооружение ничем не лимитируется. Естественно предположить, что чем больше текущий уровень затрат на оборону, тем меньше скорость его роста ( и – коэффициенты усталости населения). Получаем следующую систему уравнений:

|  |  |
| --- | --- |
| { | dx / dt = y – x, |
| dy / dt = x – у, |

Модель (2)

Для работы недостаточно второй модели поэтому рассмотрим третью модель. Третий постулат, включенный Л. Ричардсоном в модель: государство наращивает вооружение, руководствуясь своими державными притязаниями и враждебностью к другим государствам, даже если другие страны не угрожают существованию данного государства. Обозначим соответствующие коэффициенты претензии через и (> 0 и > 0). Если <0 и <0, то их можно назвать коэффициентами доброй воли. Получаем следующую систему уравнений:

|  |  |
| --- | --- |
| { | dx / dt = y – x + , |
| dy / dt = x – у + |

Модель (3)

Таким образом, наличие у одного или обоих государств "доброй воли" (, <0) не гарантирует удовлетворительного исхода гонки вооружений. Все зависит от начального состояния системы.

# **Построение дискретной модели и алгоритма**

## **2.1 Аналитическое исследование математической модели.**

Установим условия, при которых решение является не зависит от времени. Для этого приравняем правые части уравнений к 0. Получим систему (7-8):

Очевидно, что поведение модели Ричардсона зависит от соотношения коэффициентов, а, b и r. Имеют место четыре возможных случая:

1. Если > 0, > 0, > 0, то существует точка равновесия.
2. Если < 0, > 0, > 0, то логика модели ведет к неограниченной эскалации гонки вооружений.
3. Если > 0, < 0, < 0, то гарантируется полное взаимное разоружение.
4. Если < 0, < 0, < 0, то пессимистичность или оптимистичность прогноза существенно зависит от начального состояния.

## **Построение разностной схемы и алгоритма вычислений.**

Для данной модели построим ее дискретный аналог - явную разностную схему, имеющую первый порядок точности, относительно шага временной сетки.

В начале решения поставленной задачи необходимо построить временную сетку:

τ

t0 t

0 t1 t2 … tn tn+1 … T

, где:

τ(тау) - шаг;

T - Максимальное значение времени;

- начало отсчета (начальный момент времени);

- узлы сетки.

Явная схема Эйлера для поставленной задачи имеет вид:

Для уравнения (1):

Для уравнения (2):

Выразим:



*;*

2.

Получены расчетные формулы для каждого из уравнений:

*;* (9)

*;* (10)

## **Определение допустимого шага по времени.**

Определим ограничения на шаг по времени, обеспечивающие устойчивость построенной разностной схемы:

Вычислим τ:

;

C учетом новой переменной система примет вид:

;  
 (11)

;

.